

ПРОГРАММА ПО КУРСУ
"ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ"
6-й курс (3-й поток) и 341 гр.
лектор доцент Фуругян М.Г.

1. **Антагонистические игры.** Верхнее и нижнее значения игры. Седловая точка. Смешанные стратегии. Необходимые и достаточные условия существования седловой точки. Теорема Фон Неймана о существовании седловой точки у вогнуто-выпуклых функций на компактах.

Смешанные стратегии в конечных антагонистических играх. Существование седловой точки в смешанных стратегиях в конечной игре. Свойства оптимальных смешанных стратегий в конечной игре. Доминирование строк и столбцов в матричной игре. Простое решение конечной игры. Крайние оптимальные смешанные стратегии. Теорема о крайних стратегиях. Игры $2 \times m$ и $n \times 2$. Связь теории игр с линейным программированием. Функция Лагранжа и ее свойства. Сведение антагонистической игры к задаче линейного программирования. Итеративный метод Брауна решения матричных игр.

Смешанные стратегии в бесконечных антагонистических играх. Аппроксимация непрерывных игр конечными. Существование седловой точки в смешанных стратегиях в играх с непрерывной платежной функцией.

Принцип уравнивания Ю.Б. Гермейера. Модель Гросса "Нападение - оборона".

Бескоалиционные игры. Ситуация равновесия по Нэшу. Необходимые и достаточные условия для ситуации равновесия.

2. **Потоки в сетях.** Задача о максимальном потоке и ее решение (*алгоритмы Форда-Фалкерсона и Карзанова*). Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.

Решение задачи составления допустимого расписания с прерываниями для многопроцессорной системы при заданных директивных интервалах. Алгоритм упаковки для задачи с одинаковыми директивными интервалами. Алгоритм Э.Г. Коффмана для однопроцессорной системы.

Задача о потоке минимальной стоимости и ее приложения (*транспортная задача, задача о назначениях, задача о максимальном потоке, задачи о кратчайшем и самом длинном путях, составление графика выполнения работ при жестких директивных интервалах, задача о паросочетаниях*).

3. **Некоторые задачи дискретной оптимизации и дополнительные вопросы теории сложности.** Семь основных NP-полных задач (*выполнимость, 3-выполнимость, трехмерное сочетание, вершинное покрытие, разбиение, гамильтонов цикл, клика*). Методы доказательства NP-полноты (*независимое множество, клика, множество представителей, изоморфизм подграфа, остовное дерево ограниченной степени, рюкзак, самый длинный путь, упаковка множеств, наибольший общий подграф, минимум суммы квадратов, минимизация веса невыполненных заданий, упаковка в контейнеры, интеграл от произведения косинусов, доминирующее множество, расписание для многопроцессорной системы, упорядочение работ внутри интервалов, упорядочение с минимальным запаздыванием*).

Псевдополиномиальные алгоритмы решения задач: *разбиение, рюкзак, расписание для многопроцессорной системы (число процессоров фиксировано), упаковка в контейнеры (число контейнеров фиксировано)*. Псевдополиномиальная сводимость.

Сильная NP-полнота задач упорядочение работ внутри интервалов, многопроцессорное расписание без прерываний, коммивояжер, упаковка в контейнеры.

NP-трудные задачи: K-е по порядку множество. NP-эквивалентные задачи (оптимизационные варианты семи основных NP-полных задач, оптимизационная задача коммивояжера).

Методы решения NP-трудных задач. Метод ветвей и границ решения задач: оптимальное расписание в системе с несколькими процессорами.

Приближенные алгоритмы решения NP-трудных задач: упаковка в контейнеры, расписание для многопроцессорной системы, вершинное покрытие; оценки их погрешности. Применение теории NP-полноты к отысканию приближенных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гермейер Ю.Б. *Введение в теорию исследования операций*. М.: Наука, 1971.
2. Давыдов Э.Г. *Исследование операций*. М.: Высшая школа, 1990.
3. Морозов В.В. *Основы теории игр*. М.: МГУ, 2002.
4. Васин А.А., Морозов В.В. *Теория игр и модели математической экономики*. М.: Макс Пресс, 2005.
5. Гэри М., Джонсон Д. *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи*. М.: Мир, 1982. (Имеется электронный вариант: <http://trpl.narod.ru/NPC-book.htm>).
6. Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М. *Теория расписаний. Одностадийные системы*. М.: Наука, 1984.
7. *Теория расписаний и вычислительные машины.* / Под ред. Коффмана Э.Г. М.: Наука, 1984.
8. Пападимитриу Х., Стайглиц К. *Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность*. М.: Мир, 1985.
9. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. *Методы анализа сетей*. М.: Мир, 1984.
10. Питерсон Дж. *Теория сетей Петри и моделирование систем*. М.: Мир, 1984.
11. Ловас Л., Пламмер М. *Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии*. М.: Мир, 1998.
12. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. *Алгоритмы. Построение и анализ*. М.: МЦНМО, 2001.
13. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.. *Алгоритмы. Построение и анализ*. (Второе издание.) М.: Вильямс, 2005.
14. Кorte Б., Фиген Й. *Комбинаторная оптимизация. Теория и алгоритмы*. М.: МЦНМО, 2015.